

DOI: <https://doi.org/10.31392/NZ-udu-166.2026.12>

УДК 378.016:519.1

Нестерова Олена Дмитрівна,

*старший викладач кафедри інформаційних технологій і програмування
Українського державного університету імені Михайла Драгоманова*

<https://orcid.org/0000-0002-0402-0370>

e-mail: o.d.nesterova@udu.edu.ua

АЛГЕБРАЇЧНІ СТРУКТУРИ ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ У СИСТЕМІ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ

У статті проаналізовано фундаментальну роль математичного базису в системі професійної підготовки майбутніх учителів інформатики. Особливе місце відведено освітньому компоненту «Комп'ютерна дискретна математика» як інструменту формування алгоритмічного, структурного та логічного мислення здобувачів. Виокремлено значущість концепції, що інтерпретує математику як цілісну систему моделювання об'єктивної реальності крізь призму відношень, кількості та форми. Обґрунтовано необхідність подолання фрагментарності математичних знань шляхом формування у студентів уявлення про науку як єдність взаємопов'язаних структур: порядкових, топологічних та алгебраїчних.

Узагальнено теоретико-методологічний потенціал алгебраїчних структур, які через властивості симетрії та фундаментальність операцій формують когнітивне підґрунтя для опанування комп'ютерних наук. Унаочнено прикладну цінність теорії груп, кілець та полів як методологічної основи для моделювання інформаційних процесів, архітектури обчислювальних мереж та складних структур даних. Акцентовано увагу на трансформації когнітивної сфери майбутнього педагога під час переходу від вербального опису інформації до знаково-символьного оперування абстрактними математичними об'єктами.

Доведено пряму кореляцію між вивченням алгебраїчних методів обчислень та ефективністю управління складними інформаційними системами в освіті. Визначено взаємозв'язки між фундаментальною підготовкою у закладі вищої освіти та змістом шкільного курсу інформатики, де елементи алгебраїчних структур реалізуються опосередковано через алгоритмізацію та логічні операції. Акцентовано на ролі дискретної математики у розвитку аналітичних компетентностей, що дозволяють майбутньому вчителю ідентифікувати структурну подібність об'єктів та їхніх системних відношень.

Систематизовано напрями застосування алгебраїчних знань у галузі кібербезпеки. Зокрема, використання криптографічних алгоритмів (ECC, RSA) на основі складних алгебраїчних структур підтверджує соціальну значущість освітнього компонента «Комп'ютерна дискретна математика». Уточнено дидактичні умови використання структурно-логічних схем для розробки здобувачами освіти власних методичних проєктів. Резюмовано, що засвоєння мови алгебраїчних структур є першоосновою професійної готовності вчителя до доступного пояснення закономірностей цифрового світу, що забезпечує інтеграцію теоретичного навчання із запитамі сучасного високотехнологічного суспільства.

Ключові слова: алгебраїчні структури, дискретна математика, система професійної підготовки, майбутні вчителі інформатики.

Стрімка цифрова трансформація та розвиток штучного інтелекту докорінно змінюють вимоги до системи освіти. Сучасне покоління, що зростає в умовах тотальної цифровізації, потребує нових форматів навчальної взаємодії, які б враховували особливості його когнітивного сприйняття та мотивації [12]. У цьому контексті особливої соціальної значущості набуває підготовка вчителя інформатики як ключового провідника у світ цифрових технологій, відповідального за формування елементів інформаційної культури та розвиток мислення учнів.

Фундаментальною складовою професійної підготовки майбутніх учителів інформатики на бакалаврському рівні є освітні компоненти математичного циклу. Математика є методологічним базисом для розуміння моделювання, складної природи обчислювальних процесів, логіки роботи комп'ютерної техніки, аналізу даних, проєктування сучасних цифрових технологій, розвитку алгоритмічного, структурного та логічного мислення тощо [10].

Однак практика навчання першокурсників виявляє суттєву проблему: брак мотивації до вивчення математичних дисциплін через хибне уявлення про їхню відірваність від майбутньої професійної діяльності. Виникає нагальна потреба в демонстрації міждисциплінарних зв'язків математики та інформатики, зокрема через розкриття прикладного потенціалу елементів дискретної математики.

Попри значну кількість розробок у галузі дискретної математики, проблема навчання її елементів саме майбутніх учителів інформатики залишається недостатньо висвітленою. Теоретичні та методичні аспекти навчання елементів дискретної математики майбутніх фахівців представлені у працях таких українських вчених, як Н. Войналович [2], О. Гриб'юк [4], О. Заїка [5], Т. Лукашова [11], М. Медведєва [8], С. Шаров [9], у спільних дослідженнях З. Бондаренко та С. Кирилащука [3] та ін.

Мета статті полягає у теоретичному обґрунтуванні значущості алгебраїчних структур дискретної математики як фундаментального складника професійної підготовки вчителя інформатики та розкритті їхніх взаємозв'язків із прикладними аспектами сучасної інформатики.

Одним із пріоритетних напрямів реформування вищої освіти є її фундаменталізація, що передбачає формування у майбутнього фахівця цілісної наукової системи знань на основі сучасних методологічних підходів. Це дозволяє одержувати необхідні знання не тільки з обраної спеціальності, а й з усього комплексу пов'язаних з нею наук, включаючи природничо-наукові та гуманітарні знання, що формують не тільки професійні навички, але й особистісні потреби, відповідальність фахівця перед наукою й людством [10].

Ефективна підготовка вчителя інформатики, крім набуття знань, умінь та навичок, має охоплювати когнітивний, мотиваційний та вольовий компоненти. Важливими характеристиками здобувачів вищої освіти є розуміння професійних завдань, інтерес до фаху, здатність до саморозвитку. Реалізація діяльнісного підходу через проблемне, проєктне та дослідницьке навчання дозволяє активізувати ці компоненти. Зокрема, впровадження особистісно

орієнтованих методів у навчанні математичних дисциплін підвищує рівень успішності студентів та сприяє усвідомленню ними практичної значущості математичного апарату в майбутній діяльності.

У процесі підготовки майбутніх учителів інформатики не завжди вдається сформулювати у здобувачів уявлення про математику як про цілісну наукову систему. Однією з причин такої фрагментарності є історична та структурна диференціація розділів математики (наприклад, на алгебру та геометрію), а також їхнє вивчення у межах розрізнених навчальних дисциплін. Цю тенденцію ілюструє Таблиця 1, де наведено перелік розділів, що формально об'єднуються поняттям «дискретна математика», проте викладаються як окремі освітні компоненти. Подібна ізольованість знань може ускладнювати професійну підготовку, оскільки розуміння суті математики базується на баченні її внутрішніх зв'язків та законів. Справжня фундаменталізація знань можлива через сприйняття математики як єдиної системи взаємопов'язаних структур, кожна з яких визначається специфічними внутрішніми відношеннями.

Зростання інтересу до дискретної математики зумовлене стрімким розвитком комп'ютерної техніки. Оскільки подання та опрацювання даних у цифрових системах є дискретним, фундаментальною ідеєю відображення реальності за допомогою комп'ютера є дискретизація об'єктів. Ефективна робота з цифровими пристроями потребує навичок моделювання об'єктів та процесів їхнього перетворення. Інструментами для побудови таких моделей є математичні конструкції: формальні мови, логічні формули, автомати, графи, алгоритми.

У системі математичної підготовки майбутніх учителів інформатики дискретна математика посідає особливе місце як сукупність галузей, що вивчають властивості абстрактних дискретних структур. Вона є теоретичним підґрунтям інформатики, забезпечуючи апарат для дослідження інформаційних процесів. Проте аналіз науково-методичних джерел свідчить про відсутність чітко окреслених меж цієї дисципліни, що зумовлено значною кількістю розділів сучасної математики, які можуть бути інтегровані в її структуру (табл. 1).

Таблиця 1

Орієнтовний перелік складових дискретної математики

Теорія множин та відношень	Абстрактна алгебра та теорія чисел	Булева алгебра	Системи числення
Комбінаторний аналіз	Комп'ютерна логіка	Теорія графів	Теорія кодування
Теорія інформації	Комп'ютерна схемотехніка	Теорія матричних ігор	Цілочисельне програмування
Дискретна оптимізація на графах	Теорія автоматів	Формальні граматики та мови	Дискретна теорія ймовірностей

Ключовим аспектом підготовки вчителів інформатики є формування розуміння прикладного значення дискретної математики. Значна частина першокурсників орієнтована на вивчення виключно прикладних дисциплін (програмування, комп'ютерної графіки, комп'ютерних мереж, освітньої робототехніки, 3D-моделювання), помилково вважаючи теоретичну математику відірваною від фаху. Без практичних прикладів здобувачам важко оцінити значущість абстрактної алгебри, хоча математичні об'єкти – це цілісні структури, що не лише становлять фундамент науки, а й відображають логіку людського мислення. Завданням викладача закладу вищої освіти є демонстрація цієї цілісної картини взаємозв'язків математики з інформатикою та сучасними інформаційними технологіями. Навчання стає ефективним тоді, коли воно професійно орієнтоване та має для здобувача освіти практичну цінність.

Математика базується на цілісній системі структур, серед яких виокремлено порядкові, топологічні та алгебраїчні. Алгебраїчні структури, що визначаються набором елементів та операціями над ними, є фундаментом для низки галузей інформатики: криптографії, теорії кодування, машинного навчання, теорії автоматів і логічного проектування. Розглянемо методичні аспекти навчання та особливості застосування базових абстрактних структур, як-от: групи, кільця, поля, ґратки та векторні простори.

В ІТ-галузі алгебраїчні структури мають широке прикладне застосування:

- скінченні поля (поля Галуа) є фундаментом сучасних стандартів шифрування (зокрема ECC) та систем корекції помилок (QR-коди, передавання даних із космосу);

- циклічні групи використовуються для реалізації протоколів обміну секретними ключами;

- півкільця слугують основою для формування алгоритмів передавання повідомлень;

- синтаксичні моноїди дозволяють класифікувати регулярні мови через аналіз властивостей відповідних автоматів;

- дистрибутивні ґратки та булеві алгебри забезпечують формалізацію логічних операцій та роботу з множинами.

Ці структури надають методи для опрацювання сигналів, оптимізації систем та проектування структур даних у сучасних мовах програмування.

Теорія скінченних полів за останні десятиліття набула особливого значення в комбінаториці, криптографії та теорії кодування. Водночас нескінченні поля (наприклад, дійсні числа) залишаються незамінними для обчислень у нейромережах та комп'ютерній графіці.

Групи (зокрема на еліптичних кривих) забезпечують захист даних у сучасних месенджерах та описують фізичні симетрії. Кільця є базою для операцій над поліномами та алгоритмів відновлення цифрового сигналу. Булеві алгебри становлять фундамент цифрової логіки, на якому побудовано роботу процесорів. Векторні простори використовуються в машинному

навчанні (Machine Learning) для представлення даних у векторній формі та в 3D-моделюванні.

На основі алгебр та алгебраїчних систем описуються абстрактні типи даних (списки, стеки, дерева, графи тощо). Це дозволяє розв'язувати проблеми уніфікації та канонізації в еквациональних теоріях, а також застосовувати ці знання в реляційних базах даних і комп'ютерній геометрії.

Деякі галузі застосування алгебраїчних структур в інформатиці подано на рис. 1.



Рис. 1. Галузі застосування алгебраїчних структур в інформатиці

Подані на рис. 1 дані підтверджують фундаментальну роль математичного апарату в інформатиці. Зокрема, алгебраїчні структури є теоретичним підґрунтям для розробки та функціонування цифрових технологій. Циклічні групи та скінченні поля забезпечують математичну стійкість криптографічних протоколів; кільця поліномів та теорія ґраток є базою для алгоритмів корекції помилок і оптимізації реляційних баз даних. Булева алгебра становить фундамент логічного проектування цифрових схем, а апарат векторних просторів забезпечує подання та опрацювання даних у системах штучного інтелекту. Моноїди та напівгрупи використовуються для

формалізації синтаксису мов програмування, тоді як застосування кватерніонів та груп перетворень дозволяє реалізувати точне моделювання динаміки об'єктів у комп'ютерній графіці.

Наведені факти дозволяють майбутньому вчителю інформатики усвідомити практичну цінність абстрактної математики. Опанування алгебраїчних структур розвиває вміння рефлексувати, узагальнювати та ідентифікувати зв'язки всередині математичних моделей, що формує аналітичне мислення педагога.

Робота з абстракціями забезпечує перехід від вербального опису інформації до її знаково-символьного моделювання. У результаті здобувач вищої освіти вчиться самостійно конструювати обчислювальні системи та формувати цілісне уявлення про логічну організацію інформаційних процесів. Саме міждисциплінарний підхід, з якого теоретичні знання проєктуються на прикладні задачі, забезпечує високий освітній результат і дозволяє вчителю системно аналізувати розвиток сучасних технологій.

Зміст абстрактної алгебри становить методологічну основу підготовки вчителя інформатики, оскільки математичні моделі є фундаментом цієї галузі. Використання інструментарію алгебраїчних структур дозволяє глибше розуміти специфіку моделювання інформаційних процесів та архітектуру обчислювальних мереж.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Навчання алгебраїчних структур сприяє фундаменталізації навчання інформатичних дисциплін у професійній підготовці майбутнього вчителя інформатики, формуванню елементів інформаційної культури, набуттю здобувачами вищої освіти професійних компетентностей. Знання основ дискретної математики дозволяє майбутньому педагогу рефлексувати над логікою обчислювальних моделей, а розуміння її закономірностей допомагає адаптувати складні теоретичні концепції для доступного їх викладу здобувачам освіти в закладах загальної середньої освіти. Особливого значення набувають порядкові структури та структурно-логічні схеми, які є ресурсом для моделювання ієрархічних систем і формування навичок встановлення причинно-наслідкових зв'язків у межах навчальних проєктів.

Подальші дослідження варто спрямувати на впровадження елементів комп'ютерно орієнтованих методичних систем навчання алгебраїчних структур дискретної математики в освітній процес закладів вищої освіти. Актуальним є розробка методичного забезпечення, що поєднує теоретичне навчання основ цих структур з прикладними аспектами, дослідження міждисциплінарних зв'язків дискретної математики.

Використана література:

1. Авдєєва Т. В., Горбачук В. М. Алгебра. Основи алгебраїчних структур : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2015. 79 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/76c46f27-9e84-4cca-be47-febfa561312a/content>
2. Войналович Н. М. Елементи дискретної математики в професійній підготовці вчителя : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2001.

3. Бондаренко З. В., Кирилашук С. А., Кирилашук Т. Г. Методичні аспекти навчання дискретної математики майбутніх фахівців з інформаційних технологій. *Педагогіка безпеки*. 2018. Т 3, № 2. С. 145–152. URL: <https://doi.org/10.31649/2524-1079-2018-3-2-145-152>
4. Гриб'юк О. О., Юнчик В. Л. Навчання математичних основ інформатики з використанням системи GeoGebra в процесі підготовки майбутніх фахівців. *Математика. Інформаційні технології. Освіта* : матеріали VII Міжнар. науково-практ. конф., 1(5). Луцьк, 2019. С. 35–47. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/711873/1/UYnchykStattia.pdf>
5. Заїка О. В. Інтегрований підхід до вивчення дискретної математики майбутніми вчителями математики та інформатики. *Інноваційна педагогіка*. 2025. № 79(1). С. 79–83. URL: <https://doi.org/10.32782/2663-6085/2025/79.1.13>
6. Клесов О. І. Елементарна теорія чисел та елементи криптографії : підручник. Київ : ТВіМС, 2016. 412 с. URL : <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/fcc9bf43-2496-4f45-ac16-220384b77ae0/content>
7. Ковальчук Л. В., Яремчук Ю. Є. Прикладна алгебра. Частина 1. Основи абстрактної алгебри : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2015. 99 с. URL : https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2025/Kovalchuk_P1_2015_99.pdf
8. Медведєва М. О. Дискретна математика як складова системи підготовки студентів вищих навчальних закладів. *Проблеми підготовки сучасного вчителя*. 2015. № 12(1). С. 53–61. URL : https://library.udpu.edu.ua/library_files/probl_sych_vchutela/2015/12_1/7.pdf
9. Рудницький С. О., Колмакова В. О., Шаров С. В. Проектна діяльність у курсі дискретної математики з використанням інформаційних технологій. *Вісник науки та освіти*. 2024. № 5(23). С. 1386–1400. URL : [https://doi.org/10.52058/2786-6165-2024-5\(23\)-1386-1399](https://doi.org/10.52058/2786-6165-2024-5(23)-1386-1399)
10. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : монографія. Кривий Ріг : Мінерал, 2009. 340 с. URL : <https://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/667>
11. Страх О. П., Лукашова Т. Д. Міждисциплінарні зв'язки при вивченні деяких тем дискретної математики та диференціальних рівнянь. *Фізико-математична освіта*. 2021, № 3(29), С. 112–118. URL: <https://fmo-journal.org/index.php/fmo/article/view/55/56>
12. Струтинська О. В. Особливості сучасного покоління учнів і студентів в умовах розвитку цифрового суспільства. *Відкрите освітнє Е-середовище сучасного університету*. 2020. № 9. С. 145–160. URL: <https://openedu.kubg.edu.ua/journal/index.php/openedu/issue/view/11>

References:

1. Avdieieva T. V., Horbachuk V. M. Algebra. Osnovy algebrachnykh struktur : navch. posib. Kyiv : NTUU «KPI», 2015. 79 s. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/76c46f27-9e84-4cca-be47-febfa561312a/content>
2. Voinalovych N. M. Elementy dyskretnoi matematyky v profesiinii pidhotovtsi vchytelia : dys. ... kand. ped. nauk : 13.00.02. Kyiv, 2001.
3. Bondarenko Z. V., Kyrylashchuk S. A., Kyrylashchuk T. H. Metodichni aspekty navchannia dyskretnoi matematyky maibutnikh fakhivtsiv z informatsiinykh tekhnolohii. *Pedahohika bezpeky*. 2018. Т. 3, № 2. С. 145–152. URL: <https://doi.org/10.31649/2524-1079-2018-3-2-145-152>
4. Hrybiuk O. O., Yunchyk V. L. Navchannia matematychnykh osnov informatyky z vykorystanniam systemy GeoGebra v protsesi pidhotovky maibutnikh fakhivtsiv. *Matematyka. Informatsiini tekhnolohii. Osvita* : materialy VII Mizhnar. nauково-практ. конф., 1(5). Lutsk, 2019. S. 35–47. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/711873/1/UYnchykStattia.pdf>
5. Zaika O. V. Intehrovanyi pidkhid do vyvchennia dyskretnoi matematyky maibutnimy vchyteliamy matematyky ta informatyky. *Innovatsiina pedahohika*. 2025. Т. 79, № 1. S. 79–83. URL: <https://doi.org/10.32782/2663-6085/2025/79.1.13>
6. Klesov O. I. Elementarna teoriia chysel ta elementy kryptohrafii : pidruchnyk. Kyiv : TViMS, 2016. 412 s. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/fcc9bf43-2496-4f45-ac16-220384b77ae0/content>.
7. Kovalchuk L. V., Yaremchuk Yu. Ye. Prykladna alhebra. Chastyna 1. Osnovy abstraktnoi alhebry : navch. posib. Vinnytsia : VNTU, 2015. 99 s. URL: https://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2025/Kovalchuk_P1_2015_99.pdf
8. Medvedieva M. O. Dyskretna matematyka yak skladova systemy pidhotovky studentiv vyshchyykh navchalnykh zakladiv. *Problemy pidhotovky suchasnoho vchytelia*. 2015. № 12(1). S. 53–61. URL: https://library.udpu.edu.ua/library_files/probl_sych_vchutela/2015/12_1/7.pdf.

9. Rudnytskyi S. O., Kolmakova V. O., Sharov S. V. Proektna diialnist u kursi dyskretnoi matematyky z vykorystanniam informatsiinykh tekhnolohii. *Visnyk nauky ta osvity*. 2024. №5(23). URL: [https://doi.org/10.52058/2786-6165-2024-5\(23\)-1386-1399](https://doi.org/10.52058/2786-6165-2024-5(23)-1386-1399)
10. Semerikov S. O. Fundamentalizatsiia navchannia informatychnykh dystsyplin u vyshchii shkoli: monohrafiia. Kryvyi Rih :Mineral, 2009. 340 s. URL: <https://elibrary.kdpu.edu.ua/handle/0564/667>
11. Strakh O. P., Lukashova T. D. Mizhdystsyplinami zviazky pry vyvchenni deiakykh tem dyskretnoi matematyky ta dyferentsialnykh rivnian. *Fyzyko-matematychna osvita*. 2021. № 3(29). S. 112–118. URL: <https://fmo-journal.org/index.php/fmo/article/view/55/56>
12. Strutynska O. V. Osoblyvosti suchasnoho pokolinnia uchniv i studentiv v umovakh rozvytku tsyfrovoho suspilstva. *Vidkryte osvितnie E-seredovyshche suchasnoho universytetu*. 2020. № 9. S. 145–160. URL: <https://openedu.kubg.edu.ua/journal/index.php/openedu/issue/view/11>.

O. Nesterova. Algebraic Structures of Discrete Mathematics within the Professional Training System of Prospective Computer Science Teachers.

The article's topic includes the analysis of the fundamental role of the mathematical basis in the professional training system of prospective computer science teachers, where a special place is assigned to the discipline of "Computer Discrete Mathematics" as a pivotal tool for the formation of algorithmic, structural, and logical thinking. The significance of the modern concept, which interprets mathematics as a holistic system for modeling objective reality through the prism of relations, quantity, and form, is distinguished. The necessity of overcoming the fragmentation of mathematical knowledge of mathematical knowledge by forming students' perception of science as a holistic system of interconnected structures – ordinal, topological, and algebraic is substantiated.

The theoretical and methodological potential of algebraic structures, which, through the property of symmetry and the fundamentality of operations, form the cognitive basis for mastering computer science, is generalized. The applied value of the theory of groups, rings, and fields as a methodological framework for modeling information processes, computer network architecture, and data structures is illustrated through visualization. Attention is focused on the transformation of the cognitive sphere of the future educator during the transition from the verbal description of information to the sign-symbolic manipulation of abstract mathematical objects.

A direct correlation between the study of algebraic computational methods and the implementation of high-quality management of complex educational systems is proven. The hidden connections between fundamental training in higher education institutions and the content of the school computer science course, where elements of algebraic structures are implemented indirectly through algorithmization and logical operations, are identified. The role of discrete mathematics in the development of analytical competencies, allowing the future teacher to identify the structural similarity of objects in systemic relations, is characterized.

The directions for the application of algebraic knowledge in the field of cybersecurity, in particular, the use of cryptographic algorithms (ECC, RSA) based on complex algebraic structures, are systematized, which confirms the social significance of studying the subject. The didactic conditions for the use of structural-logical schemes for the development of students' own methodological projects are specified. It is summarized that the profound mastery of the language of algebraic structures is the primary basis for a teacher's professional readiness to explain the complex patterns of the digital world in an accessible form, integrating theoretical training with the demands of the modern high-tech society.

Keywords: algebraic structures, discrete mathematics, professional training system, prospective computer science teachers.

Дата першого надходження рукопису до видання: 15.02.2026

Дата прийнятого до друку рукопису після рецензування: 03.03.2026

Дата публікації: 19.03.2026